ОШ "Љупче Николић", Алексинац
Одељење учитеља Топлице
www.uciteljtoplica.wordpress.com

МАТЕМАТИКА - ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ

КОМПЛЕТ ЗАДАТАКА И РЕШЕЊА (од 4. до 8. разреда)

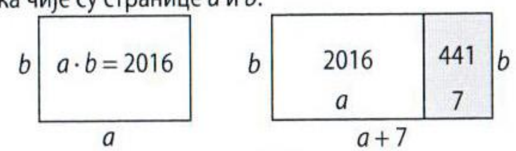
19. 3. 2016.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 50/2**) Збир 4 слова A завршава се цифром 6 па је $A = 4$ или $A = 9$ [**5 поена**]. Ако је $A = 4$, тада се $3B + 1$ завршава цифром 1, тј. $3B$ се завршава цифром 0 одакле је $B = 0$, што је немогуће. Дакле, $A = 9$ [**5 поена**]. Сада се $3B + 3$ завршава цифром 1, одакле се $3B$ завршава цифром 8. Дакле, $B = 6$ [**5 поена**]. Сада се $2C + 2$ завршава цифром 0, одакле се $2C$ завршава цифром 8, па је $C = 4$ (јер је $A = 9$) и $D = 1$. Дакле, $9 + 69 + 469 + 1469 = 2016$ [**5 поена**].

2. (**МЛ 48/3**) Производ бројева a и b може се представити као површина правоугаоника чије су странице a и b.



Ако се једна страница повећа за 7, тада се површина повећа за $2457 - 2016 = 441$ [**5 поена**]. Дакле, $7 \cdot b = 441$ [**5 поена**], $b = 441 : 7$, $b = 63$ [**5 поена**]. Тада је $a = 2016 : 63$, $a = 32$. Тражени бројеви су 32 и 63 [**5 поена**].

3. Пошто су у сваком мечу по 2 девојчице у победничком пару, то је укупно било 16 победника [**10 поена**]. Ана је била победник 6 пута, Бојана 3 пута и Вера 5 пута, па је Гордана била победник $16 - (6 + 3 + 5) = 16 - 14 = 2$, тј. 2 пута је била у победничком пару [**10 поена**].

4. Површина једне плочице је $20 \cdot 25 = 500\text{cm}^2$ [**5 поена**], а површина целе стазе је $1200 \cdot 500\text{cm}^2 = 600000\text{cm}^2$ [**5 поена**] $= 60\text{m}^2$ [**5 поена**]. Како је ширина стазе 4m, њена дужина је $60 : 4 = 15$ метара [**5 поена**. Признати и одговор 1500cm.].

5. За записивање једноцифрених бројева Јелена је употребила 9 цифара, за двоцифрене $90 \cdot 2 = 180$, док је за троцифрене употребила $2016 - (180 + 9) = 1827$ цифара [**5 поена**]. Како је $1827 : 3 = 609$, Јелена је записала све природне бројеве до 609 [**2 поена**]. троцифреног по реду, тј. до броја 708 [**3 поена**].

За записивање једноцифрених бројева није употребљена ниједна цифра 0, а на месту јединица двоцифрених бројева она је употребљена 9 пута [**2 поена**]. Код троцифрених бројева цифра 0 је употребљена $6 \cdot 10 + 9$ на месту десетица и $6 \cdot 10 + 1$ пут на месту јединица. Дакле, цифра 0 је употребљена укупно $9 + 69 + 61 = 139$ пута [**8 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
19.03.2016.

IV разред

1. Дешифруј ребус
$$A + BA + CBA + DCBA = 2016.$$
Иста слова замени једнаким цифрама, а различита различитим.

2. Производ два броја је 2016. Ако се један од њих повећа за 7, производ ће бити 2457. Који су то бројеви?

3. Ана, Бојана, Вера и Гордана играју тенис. Пред сваки меч оне се деле у парове и играју две против две. Нема нерешених резултата. Након 8 одиграних мечева забележено је да је Ана 6 пута била у победничком пару, Бојана 3 пута и Вера 5 пута. Колико пута је Гордана била у победничком пару?

4. Правоугаона стаза ширине 4m прекривена је цела са 1200 плочица правоугаоног облика са страницама дужине 25cm и 20cm, тако да се плочице не преклапају. Одреди дужину стазе.

5. Јелена је записала један за другим природне бројеве без размака
1234567891011121314...
и укупно је употребила 2016 цифара. Колико пута је записала цифру нула?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа 19.03.2016 - V разред

1,8		
		0,7
0,4		

1. Дати квадрат прецртај на папир који ћеш предати, а затим у празна поља упиши бројеве тако да збирови по три броја у свакој врсти, колони и дијагонали буду једнаки.

2. Одреди цифре x, y и z тако да производ $\overline{13xy}\cdot\overline{5z31}$ буде дељив са 75. Колико решења има задатак?

3. Марко каже Илији: „Ја имам интересантан број телефона. То је седмоцифрен број чије су прве четири цифре међусобно једнаке и остале три цифре међусобно једнаке. Збир свих седам цифара је двоцифрен број чија је прва цифра једнака последњој цифри мог телефонског броја, а друга цифра тог броја је једнака првој цифри мог телефонског броја." Одреди број Марковог телефона.

4. Под собе облика правоугаоника са страницама не краћим од 20dm, прекривен је цео са 2016 плочица облика квадрата странице 1dm, тако да се плочице не преклапају. Колики најмањи, а колики највећи обим може имати тај правоугаоник?

5. Одреди природне бројеве a, b, c такве да је $a > b > c$ и $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{23}{60}$.

Нађи пет решења.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Ако централно поље означимо са x важи да је $1{,}8 + 0{,}4 = x + 0{,}7$, одакле је $x = 1{,}5$. Како је централно поље 1,5, збир бројева у свакој врсти, колони и дијагонали је 3 пута већи, тј. 4,5. Квадрат има облик као на слици [**прва 2 тачно одређена броја по 6 поена, остали по 2 поена**].

1,8	0,1	2,6
2,3	1,5	0,7
0,4	2,9	1,2

2. Дати производ мора бити дељив са 25 и са 3. Како други чинилац није дељив са 5, следи да је први, па је $y \in \{0, 5\}$ [**4 поена**]. Ако је $y = 0$, мора бити $x \in \{0, 5\}$ [**2 поена**], а ако је $y = 5$, онда је $x \in \{2, 7\}$ [**2 поена**]. Размотримо одговарајућа 4 случаја:
1°) $y = 0$, $x = 5$. Сада $3 \mid 1350$, па је $z \in \{0, 1, 2, ..., 9\}$ [**4 поена**]; 2°) $y = 0$, $x = 0$. Тада $3 \nmid 1300$, па мора да $3 \mid \overline{5z31}$ одакле је $z \in \{0, 3, 6, 9\}$; 3°) $y = 5$, $x = 2$. Слично као у 2°) добијамо $z \in \{0, 3, 6, 9\}$; 4°) $y = 5$, $x = 7$. Слично као у 2°) добијамо $z \in \{0, 3, 6, 9\}$ [**4 поена укупно** за случајеве 2 до 4].
Задатак има $10 + 4 + 4 + 4 = 22$ решења [**4 поена**].

3. (**МЛ 48/5**) Нека је прва цифра x, а последња y. То је број $xxxxyyy$. Збир цифара овог броја једнак је $4x + 3y$ и једнак је $10y + x$. Дакле, $4x + 3y = 10y + x$ [**10 поена**], тј. $3x = 7y$, одакле је $x = 7$, $y = 3$. Марков број телефона је 7777333 [**10 поена**].

4. Површина собе је 2016dm^2, а како је соба облика правоугаоника и дужине страница су цео број дециметара, димензије собе могу бити 21dm×96dm, 24dm×84dm, 28dm×72dm, 32dm×63dm, 36dm×56dm, 42dm×48dm [**10 поена, 5 ако се наведе први и последњи случај, а недостаје неки од осталих**]. Највећи обим собе је ако су дужине страница 21dm и 96dm и износи 234dm, а најмањи ако су дужине страница 42dm и 48dm и износи 180dm [**10 поена**].

5. Наћи ћемо бројеве x, y, z из скупа {1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60} свих делилаца броја 60, такве да је $x < y < z$ и $x + y + z = 23$. За x = 1 налазимо две могућности: y = 2, z = 20 и y = 10, z = 12; за x = 2 једина могућност је y = 6, z = 15; за x = 3 може се узети y = 5, z = 15, а за x = 5 услове задовољавају y = 6, z = 12. Дакле, решења задатка су, на пример:

$\frac{23}{60}=\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\frac{20}{60}=\frac{1}{60}+\frac{1}{30}+\frac{1}{3}$, $\frac{23}{60}=\frac{1}{60}+\frac{10}{60}+\frac{12}{60}=\frac{1}{60}+\frac{1}{6}+\frac{1}{5}$,

$\frac{23}{60}=\frac{2}{60}+\frac{6}{60}+\frac{15}{60}=\frac{1}{30}+\frac{1}{10}+\frac{1}{4}$, $\frac{23}{60}=\frac{3}{60}+\frac{5}{60}+\frac{15}{60}=\frac{1}{20}+\frac{1}{12}+\frac{1}{4}$ и

$\frac{23}{60}=\frac{5}{60}+\frac{6}{60}+\frac{12}{60}=\frac{1}{12}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5}$ [**свако тачно решење по 4 поена**].

Напомена: Постоје и друга решења задатка. Признати сваких 5 исправних.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
19.03.2016.

VI разред

1. Збир три цела броја је 0. Збир њихових апсолутних вредности је 8. Одреди те бројеве.

2. Одреди цифру A у тринаестоцифреном броју
$$\overline{111111A999999}$$
тако да број буде дељив са 7.

3. Одреди природне бројеве m и n тако да у низу
$$2, 5, 5, m, n, 11$$
ниједан број не буде мањи од претходног и да аритметичка средина свих шест бројева буде природан број.

4. Конструиши троугао ако је $t_c = 5\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$, $\alpha = 75°$.

5. Нека је H ортоцентар троугла ABC у коме важи $\measuredangle ACB = 45°$. Докажи да важи $CH = AB$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

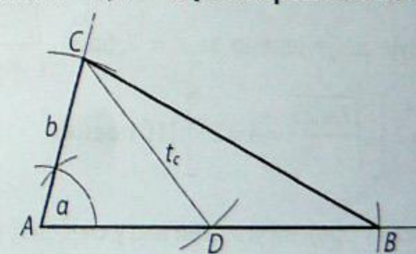
VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

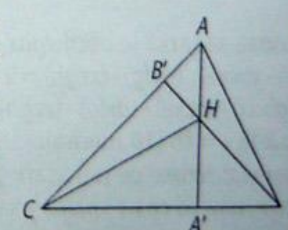
1. Нека су тражени бројеви a, b, c и нека је $a \le b \le c$. Како је збир три броја 0, а збир апсолутних вредности већи од 0, то су могући следећи случајеви:
1) $a < 0$, $b = 0$, $c > 0$. Како је $a = -c$ и $|a| + |c| = 8$, то је $a = -4$, $b = 0$, $c = 4$.
2) $a < 0$, $b < 0$, $c > 0$. Тада је $|a| + |b| = |c|$, то је $c = 4$, а за a и b постоје могућности $a = -3$, $b = -1$ или $a = -2$, $b = -2$.
3) $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$. Тада је $|a| = |b| + |c|$, то је $a = -4$, а за b и c постоје могућности $b = 1$, $c = 3$ или $b = 2$, $c = 2$ [**свако тачно решење по 4 поена**].

2. (**МЛ 50/2**) Број $111111 = 15873 \cdot 7$ је дељив са 7, као и број $999999 = 9 \cdot 111111$ [**5 поена**]. Важи $\overline{111111A999999} = 111111 \cdot 10^7 + 999999 + A \cdot 10^6$ [**5 поена**]. Да би тражени број био дељив са 7 то и $A \cdot 10^6$ мора бити дељив са 7 [**4 поена**]. Како 10^6 није дељиво са 7, закључујемо да је $A = 0$ или $A = 7$ [**свако тачно решење по 3 поена**].

3. Из услова задатка мора да је $5 \le m \le n \le 11$ и збир $2 + 5 + 5 + m + n + 11 = 23 + m + n$ мора бити дељив са 6 [**8 поена**]. Како је $10 \le m + n \le 22$, то је $m + n = 13$ или $m + n = 19$ [**сваки случај по 3 поена**]. Одавде добијамо три решења: $m = 5$, $n = 8$ или $m = 6$, $n = 7$ или $m = 9$, $n = 10$ [**свако решење по 2 поена**].



4. Нека је D средиште странице AB. У троуглу ACD познате су нам две странице и угао наспрам веће па га можемо конструисати [**10 поена**]. Конструкцијом овог троугла добили смо 2 темена троугла и тачку D која је средиште странице AB. Треће теме добијамо у пресеку полуправе AD и кружнице полупречника AD са центром у тачки D [**10 поена**]. [Уколико ученик не конструише угао од 75° већ га нацрта одузети 5 поена]



5. Нека су A' и B' подножја висина из темена A и B датог троугла. Из услова $\measuredangle ACB = 45°$ лако следи да су троуглови CAA', CBB' [**5 поена**], HAB', $HA'B$ [**5 поена**] једнакокрако-правоугли. Троуглови CHA' и ABA' су подударни на основу става УСУ ($CA' = AA'$ и углови 90°, β, 90° − β), одакле одмах следи $CH = AB$ [**10 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

19.03.2016 – VII разред

1. Докажи да је $\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}}$ рационалан број.

2. Дужина странице правилног шестоугла $ABCDEF$ је 2cm. Праве одређене страницама AB и CD секу се у тачки G. Одреди обим и површину троугла DFG.

3. Дат је правилан шеснаестоугао. Одреди број правоуглих троуглова чија су темена уједно и темена датог шеснаестоугла.

4. Пера и Јоца су ушли у продавницу у којој се све цене изражавају целим бројем динара. Пера је купио 3 свеске и 4 оловке и платио новчаницама од 10 динара без кусура. Јоца је купио 9 свезака и 2 оловке. Докажи да и он може платити купљену робу новчаницама од 10 динара без кусура.

5. Нека је E средиште странице CD квадрата $ABCD$ и нека је F подножје нормале из B на праву AE. Докажи да је $CF = CD$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1.

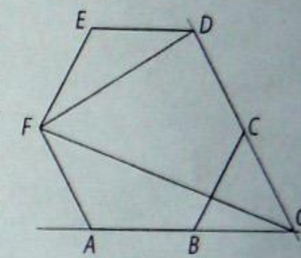
$$\sqrt{2}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}}=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{4+3\sqrt{2}}\cdot\frac{3\sqrt{2}-4}{3\sqrt{2}-4}} \qquad \text{[7 поена]}$$

$$=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{6-4\sqrt{2}}{18-16}}=\sqrt{2}-\sqrt{\frac{\left(2-\sqrt{2}\right)^2}{2}} \qquad \text{[7 поена]}$$

$$=\sqrt{2}-\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\sqrt{2}+1=1. \qquad \text{[6 поена]}$$

2. Дуж DF је краћа дијагонала шестоугла, па је $DF=2\sqrt{3}\text{cm}$ [**5 поена**]. Троугао BGC је једнакостраничан па је DG = 4cm [**5 поена**]. Троугао DFG је правоугли, па је $FG^2 = DF^2 + DG^2 = ((2\sqrt{3})^2 + 4^2)\text{cm}^2 = 28\text{cm}^2$, тј. $FG=2\sqrt{7}\text{cm}$ [**5 поена**]. Зато је његова површина $P=4\sqrt{3}\text{cm}^2$, а обим

$$O=(2\sqrt{3}+4+2\sqrt{7})\text{cm} \text{ [5 поена]}.$$

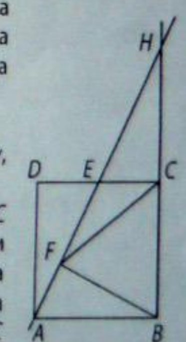


3. Хипотенуза траженог троугла је уједно и пречник описаног круга шеснаестоугла [**5 поена**]. У правилном шеснаестоуглу постоји 8 пречника, који су заправо његове највеће дијагонале [**5 поена**]. Треће теме правоуглог троугла може бити било које друго од 14 преосталих темена па је укупан број правоуглих троуглова $8 \cdot 14 = 112$ [**10 поена**].

4. Нека су x и y, редом, цене свеске и оловке у динарима. Треба показати да је $9x + 2y$ дељиво са 10. Како је број $3x + 4y$ дељив са 10 (по услову задатка), то је и $3(3x + 4y)$ дељиво са 10. Сада имамо:

$$3(3x + 4y) - (9x + 2y) = 10y.$$

Како $10 \mid 3(3x + 4y)$ и $10 \mid 10y$, то број 10 мора да дели и $9x + 2y$, што је и требало доказати [**20 поена**].



5. (**МЛ 49/3**) *Решење 1.* Нека је H тачка пресека правих AE и BC (слика). Правоугли троуглови ADE и HCE су подударни (катета и оштар угао), па је $CH = AD = a$, где је a дужина странице квадрата [**10 поена**]. Дужина хипотенузе правоуглог троугла BFH је $2a$, а CF је тежишна линија одговарајућа тој хипотенузи, одакле је $FC = BC = a$ [**10 поена**].

Решење 2. Нека је G средиште странице AB. Тада је $AGCE$ паралелограм па је $GC \parallel AE$, одакле следи да је $BF \perp CG$ [**8 поена**]. С друге стране, права GC садржи средњу линију троугла ABF, па полови дуж BF, тј. она је њена симетрала [**8 поена**]. Одатле следи да је $CF = CB = CD$ [**4 поена**].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа
19.03.2016.

VIII разред

1. У координатној равни xOy дата је права $4x + 3y = n$, $n > 0$, која је од координатног почетка O удаљена 12. Одреди површину троугла коју та права заклапа са координатним осама Ox и Oy.

2. Основна ивица правилне четвоространe пирамиде је 4cm, а растојање средишта основе од једне бочне стране је $\frac{\sqrt{15}}{2}$cm. Израчунај запремину те пирамиде.

3. Кружница $c(O_1, r_1)$ додирује изнутра кружницу $k(O, r)$ у тачки A и при томе је $r > 2r_1$. Полуправа са почетном тачком O додирује кружницу c у тачки C и сече кружницу k у тачки B. Одреди величину угла BAC.

4. Одреди све целе бројеве x за које је број $\sqrt{\frac{x+25}{x-5}}$ квадрат неког природног броја.

5. У свако поље таблице 3×3 уписан је један број. Производ бројева у свакој врсти и свакој колони је 1, а производ бројева у сваком квадрату 2×2 је 2. Који број је уписан у централно поље?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

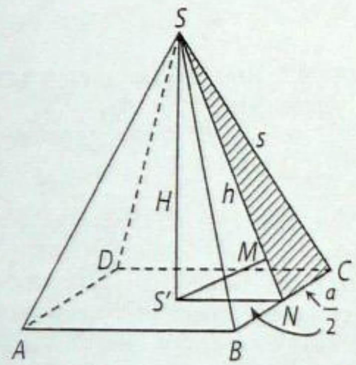
Решења
за 8. разред
на наредној страни

VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 50/3**) Нека права $4x + 3y = n$ сече осе Ox и Oy у тачкама A и B редом. Тада је $A\left(\frac{n}{4},0\right)$ и $B\left(0,\frac{n}{3}\right)$, па је $OA = \frac{n}{4}$ и $OB = \frac{n}{3}$ [**4 поена**]. Хипотенузу AB израчунавамо применом Питагорине теореме на правоугли троугао OAB: $AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(\frac{n}{4}\right)^2 + \left(\frac{n}{3}\right)^2$, одакле је $AB = \frac{5n}{12}$ [**4 поена**]. Висина која одговара хипотенузи је 12, па је површина троугла OAB: $P = \frac{1}{2}\cdot\frac{5n}{12}\cdot 12 = \frac{5n}{2}$ [**4 поена**]. С друге стране је $P = \frac{1}{2}\cdot OA\cdot OB = \frac{n^2}{24}$. Сада је $\frac{5n}{2} = \frac{n^2}{24}$ [**4 поена**], па имамо $n = 60$ и $P = 150$ [**4 поена**].

2. Нека је S' средиште основе пирамиде $ABCDS$ и M подножје висине из S' на страну BCS. Тачка M припада апотеми NS стране BCS. Не тражи се доказ! Слика обавезна (**5 поена**). Троугао $SS'N$ је правоугли, висина која одговара хипотенузи је $S'M = \frac{\sqrt{15}}{2}$cm, катета $S'N = 2$cm.



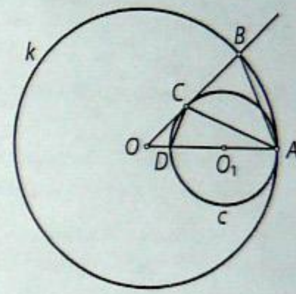
Из троугла $S'NM$ је $MN^2 = 2^2 - \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, $MN = \frac{1}{2}$cm (**3 поена**).

Из троугла $S'NS$ је $\left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot MS$, па је $MS = \frac{15}{2}$cm (**5 поена**).

Даље је из троугла $S'SN$: $(SS')^2 = 8^2 - 2^2 = 60$, $SS' = 2\sqrt{15}$cm (**3 поена**).

Запремина пирамиде је $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}$cm^3 (**4 поена**).

3. Нека је $\measuredangle BOA = \alpha$, $\measuredangle BAC = x$, $\measuredangle CAO = y$. Троугао OAB је једнакокрак ($OA = OB$), па је $\measuredangle OBA = x + y$. Из троугла OBA је $\alpha + 2x + 2y = 180°$ (*)[**5 поена**]. Нека је D други пресек праве OA са кружницом c. Тада је $\measuredangle ACD$ прав. Поред тога је $\measuredangle OCD = \measuredangle OAC$ (периферисјки угао над тетивом CD једнак је углу између тетиве CD и тангенте у тачки C), па из троугла OAC имамо да је $\alpha + 2y = 90°$ (**)[**10 поена**]. Из (*) и (**) следи да је $2x = 90°$, тј. $x = 45°$ [**5 поена**].



4. Како је $\sqrt{\frac{x+25}{x-5}} = \sqrt{\frac{x-5+30}{x-5}} = \sqrt{1+\frac{30}{x-5}}$, број под кореном би могао бити природан само ако $(x-5) \mid 30$ [**5 поена**], то јест за $x - 5 \in \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$, односно $x \in \{6, 7, 8, 10, 11, 15, 20, 35\}$ [**5 поена**]. Провером се утврђује да је једино за x = 7 број $\sqrt{\frac{x+25}{x-5}}$ једнак квадрату природног броја 2 $\left[\sqrt{\frac{7+25}{7-5}} = 4 = 2^2\right]$ [**10 поена**].

5. Нека су бројеви уписани као у следећој таблици.

a	b	c
d	x	e
f	g	h

Из услова задатка је $abcdefghx = (abc)\cdot(dxe)\cdot(fgh) = 1\cdot 1\cdot 1 = 1$ [**5 поена**] и $(abdx)\cdot(bcxe)\cdot(dxfg)\cdot(xegh) = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2 = 16$ [**5 поена**]. Такође је

$$(abdx)\cdot(bcxe)\cdot(dxfg)\cdot(xegh) = (abcdefghx)\cdot(bxg)\cdot(dxe)\cdot x = 1\cdot 1\cdot 1\cdot x,$$

одакле је $x = 16$ [**10 поена**].

Напомена: Може се показати да квадрат са наведеним особинама заиста постоји, али то се не тражи у задатку.